3)

$\overrightarrow{GO}+\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}=\vec{0} \Leftrightarrow aff(\overrightarrow{GO})+aff(\overrightarrow{GA})+aff(\overrightarrow{GB})=0$

$\Leftrightarrow -z_G+(z_A-z_G)+(z_B-z_G)=0 \Leftrightarrow 3z_G=z_A+z_B \quad \Leftrightarrow z_G=\frac{z_A+z_B}{3}=2i$

4) OABC est un parallélogramme $\Leftrightarrow \overrightarrow{OC}=\overrightarrow{AB} \Leftrightarrow aff(\overrightarrow{OC})=aff(\overrightarrow{AB}) \Leftrightarrow z_C=z_B-z_A \Leftrightarrow z_C=4$

EX 21 :

1) soit :

$f(z)=z^3-(4+i)z^2+(7+i)z-4$

$(E) \Leftrightarrow f(z)=0$

a) soit : $z=x; x\in IR$

$f(z)=0 \Leftrightarrow (x^3-4x^2+7x-4)+i(-x^2+x)=0$

$\Leftrightarrow \begin{cases} x^3-4x^2+7x-4=0 & (1) \\ -x^4+x=0 & (2) \end{cases}$

$(2) \Leftrightarrow x=0 \text{ ou } x=1$

x = 1 vérifie l'équation (1), d'où 1 est une solution de (E).

b) factorisons f(z)

$f(z)=(z-1)(z^2+bz+c)$

$=z^3+(b-1)z^2+(c-b)z-c$

Identifions :

$\begin{cases} b-1=-(4+i) \\ c-b=7+i \\ -c=-4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} b=-(3+i) \\ c=4 \end{cases}$

D'où

$f(z)=(z-1)\left[z^2-(3+i)z+4\right]$

$f(z)=0 \Leftrightarrow z=1 \text{ ou } z^2-(3+i)z+4=0$

$\Delta=-8+6i \Rightarrow \delta=1+3i$

$z_1=\frac{3+i+1+3i}{2}=2+2i \quad et \quad z_2=\frac{3+i-1-3i}{2}=1-i$

$S_C=\{1; 1-i; 2+2i\}$

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn